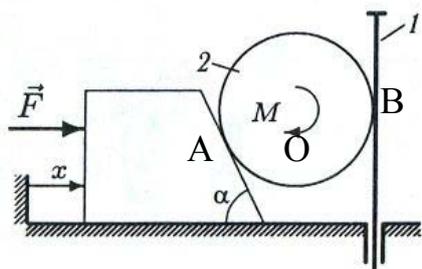




студент Шукуров Сергей группа ТФ-1-08

Система с одной степенью свободы



1.95. Цилиндр радиусом R касается вертикального штока массой m_1 и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса цилиндра m_2 . К призме приложена горизонтальная сила F , к цилиндру — момент M . За обобщенную координату принять смещение призмы x .

1) Уравнение Лагранжа второго рода для заданной системы

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial T}{\partial \phi} = Q$$

2) Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_B^2 + \frac{I \omega^2}{2}, \text{ где } \omega - \text{угловая скорость цилиндра}$$

3) Для цилиндра

$$I = \frac{m_2 R^2}{2}$$

4) Рассмотрим графы $A \rightarrow O \rightarrow B$

$$A \xrightarrow{\frac{\pi - \alpha}{2}} O \xrightarrow{0} B$$

$$\begin{aligned} v_{Bx} &= v_{Ax} - R\omega \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - R\omega \cdot \sin(0) & \Rightarrow 0 &= \dot{x} - R\omega \cdot \cos(\alpha) & \rightarrow \omega &= \frac{\dot{x}}{R \cdot \cos(\alpha)} \\ v_{By} &= v_{Ay} + R\omega \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + R\omega \cdot \cos(0) & \Rightarrow v_y &= R\omega \cdot (1 + \sin(\alpha)) & \rightarrow v_B &= \frac{\dot{x}(1 + \sin(\alpha))}{\cos(\alpha)} \end{aligned}$$

5) Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{m_1 \dot{x}^2 (1 + \sin(\alpha))^2}{2 \cos(\alpha)^2} + \frac{1}{2} \frac{m_2 R^2}{2} \frac{\dot{x}^2}{R^2 \cos(\alpha)}$$

6) Мощность неконсервативных сил

$$N = (\vec{M}, \vec{\omega}) + (\vec{F}, \vec{\dot{x}}) = \frac{-M \cdot \dot{x}}{R \cos(\alpha)} + \dot{x} F$$

7) Обобщенная сила

$$Q = \frac{1}{\dot{x}} N = \frac{-M}{R \cos(\alpha)} + F$$

8) Уравнение Лагранжа

$$\ddot{x} \left[m_1 \left(\frac{1 + \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right)^2 + \frac{m_2}{2 \cos(\alpha)^2} \right] = F - \frac{M}{R \cos(\alpha)}$$