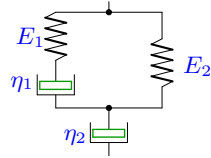
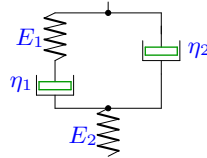


7.



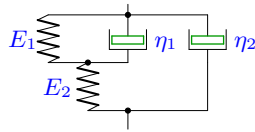
$$\begin{aligned} E_1 &= 1, \\ E_2 &= 2, \\ \eta_1 &= 2, \\ \eta_2 &= 1. \end{aligned}$$

8.



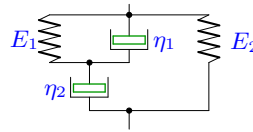
$$\begin{aligned} E_1 &= 1, \\ E_2 &= 2, \\ \eta_1 &= 2, \\ \eta_2 &= 4. \end{aligned}$$

9.



$$\begin{aligned} E_1 &= 2, \\ E_2 &= 3, \\ \eta_1 &= 1, \\ \eta_2 &= 4. \end{aligned}$$

10.



$$\begin{aligned} E_1 &= 2, \\ E_2 &= 3, \\ \eta_1 &= 2, \\ \eta_2 &= 1. \end{aligned}$$

В ответах приведены коэффициенты уравнения

$$A_2 \ddot{\sigma} + A_1 \dot{\sigma} + A_0 \sigma = B_2 \ddot{\epsilon} + B_1 \dot{\epsilon} + B_0 \epsilon.$$

Ответы

№	A_2	A_1	A_0	B_2	B_1	B_0
1	4	9	2	12	10	0
2	0	1	1	0	4	3
3	0	2	1	2	3	0
4	0	6	1	8	4	0
5	4	13	2	4	8	0
6	0	1	2	2	9	6
7	2	7	2	6	2	0
8	8	10	2	16	12	0
9	0	1	5	4	23	6
10	0	3	2	2	11	6

5.4. Упругий эквивалент

Постановка задачи. В точке неустойчивости 2-го порядка найти упругий эквивалент G_* среды с заданным определяющим соотношением. Напряжение σ и модуль G_* даны в МПа.

План решения

1. Линеаризуем определяющее соотношение относительно приращений деформаций ползучести Δp , напряжений $\Delta \sigma$, их скоростей и ускорений.
2. Дифференцируем полученное соотношение по времени. Полагаем $\dot{\sigma} = 0$.
3. Подставляем соотношения $\Delta \sigma = G_* \Delta p$, $\Delta \dot{\sigma} = G_* \Delta \dot{p}$ в систему линеаризованных соотношений.
4. Рассматривая полученную систему как систему линейных уравнений для Δp и $\Delta \dot{p}$, приравняем нулю ее определитель. Получаем квадратное уравнение для искомого модуля. Упрощаем уравнение, заменяя ускорение ползучести $\ddot{p}$ на

его выражение, найденное из заданного определяющего уравнения продифференцированного по времени при $\dot{\sigma} = 0$.

5. В решение уравнения подставляем заданные значения деформации ползучести и напряжение.

Пример. В точке неустойчивости 2-го порядка найти упругий эквивалент G_* среды с определяющим соотношением

$$\dot{p}e^{kp/\sigma} = A \quad (5.17)$$

при постоянных напряжениях ($\dot{\sigma} = 0$), где $k = 1 \text{ МПа}$, $A = 1/\text{с}$. Напряжение σ и модуль G_* даны в МПа.

Решение

$$\dot{p}e^{p/\sigma} = 1 \quad (5.18)$$

1. Проварьируем (5.18)

$$\sigma^2 \Delta \dot{p} + \dot{p}(\sigma \Delta p - p \Delta \sigma) = 0 \quad (5.19)$$

2. Дифференцируем (5.19)

$$\sigma^2 \Delta \ddot{p} + \ddot{p}(\sigma \Delta p - p \Delta \sigma) + \dot{p}(\sigma \Delta \dot{p} - \dot{p} \Delta \sigma - p \Delta \dot{\sigma}) = 0 \quad (5.20)$$

3. Подставляем соотношения $\Delta \sigma = G_* \Delta p$, $\Delta \dot{\sigma} = G_* \Delta \dot{p}$ в систему (5.19-5.20) и запишем ее в матричной форме, выделив в правую часть возмущение ускорения

$$B \bar{X} = \Delta \ddot{p} \bar{Y} \quad (5.21)$$

где

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \Delta p \\ \Delta \dot{p} \end{bmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

С учетом соотношения $\ddot{p} = -\dot{p}^2/\sigma$, следующего из (5.18) при постоянных напряжениях, матрица системы имеет вид

$$B = \begin{bmatrix} \dot{p}(\sigma - pG) & \sigma^2 \\ -(\dot{p}^2/\sigma)(\sigma - pG) - \dot{p}^2 G & \dot{p}(\sigma - pG) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

4. Приравняв определитель B к нулю, получим уравнение

$$G^2 p^2 + G(\sigma - 3p)\sigma + 2\sigma^2 = 0 \quad (5.24)$$

Решение уравнения дает два выражения для модуля упругого эквивалента

$$G = \sigma \frac{3p - \sigma \pm \sqrt{\sigma^2 - 6\sigma p + p^2}}{2p^2} \quad (5.25)$$

Условия задач. В точке неустойчивости 2-го порядка найти упругий эквивалент G_* среды с заданным определяющим соотношением. Напряжение σ и модуль G_* даны в МПа.

1. $\dot{p}pe^{6p} = A\sigma^3$, $p = 0.2$, $\sigma = 3$. 2. $\dot{p}pe^{8p} = A \text{ sh}(2\sigma)$, $p = 0.2$, $\sigma = 2$.

- 3.** $\dot{p}p/(2-p) = Ae^{2\sigma}$, $p = 0.95$. **4.** $\dot{p}p/(1-p) = A\sigma/(8-\sigma)$, $p = 0.58$, $\sigma = 4$.
5. $\dot{p}e^{8p} = A(3\sigma^3 - \sigma)$, $\sigma = 3$. **6.** $\dot{p}e^{16p} = Ae^{2\sigma}$.
7. $\dot{p} \operatorname{sh}(8p) = Ae^{2\sigma}$, $p = 0.4$. **8.** $\dot{p} \operatorname{sh}(12p) = A\sigma^4$, $p = 0.6$, $\sigma = 4$.
9. $\dot{p}p^5 = A\sigma^6$, $p = 0.4$, $\sigma = 4$. **10.** $\dot{p}p^6 = A(7\sigma^7 - \sigma)$, $p = 0.6$, $\sigma = 4$.

Ответы

№	G_{*1}	G_{*2}	№	G_{*1}	G_{*2}
1	18.791	14.209	6	16.000	8.000
2	11.819	7.668	7	7.999	4.040
3	1.952	1.055	8	24.000	12.000
4	17.572	7.058	9	14.363	10.637
5	15.600	7.800	10	10.221	6.922