



Неголономная механика
и задачи управления
колесными мобильными
роботами



Мартыненко Ю.Г.



Содержание

- Введение
- Матричная форма уравнений движения систем с неголономными связями
- Прямая и обратная задачи кинематики КМР
- Управление движением колесных мобильных роботов
- Новые механические эффекты в движении КМР
- Роликонесущие колеса
- Segway и одноколесные роботы
- Выводы



Новочеркасск: Механика – это **ОТДЕЛЬНАЯ** наука, являющаяся фундаментом современного научно-технического прогресса

➤ Механика отсутствует в перечне критических технологий и приоритетных направлений развития науки РФ

➤ Механика – ЭТО обороноспособность страны, космос использование атомной энергии, новые типы транспортных средств, мехатроника – национальные научные идеи!!!

**МЕХАТРОНИКА=МЕХАНИКА
+ МИКРОЭЛЕКТРОНИКА**

**Движение мобильного робота в
городских условиях**



Цель доклада:

демонстрация возможностей получения новых результатов и их практическое использование при

- разработке методов синтеза управления, стабилизирующего желаемый режим работы и обеспечивающего максимальную область притяжения
- минимизации энергетических затрат

Методы исследования

- комплексное использование аналитических и компьютерных методов;
- численный эксперимент с визуализацией результатов;
- эксперимент.

Внедрение:

- новые типы транспортных средств
- разработка КМР (медицина, сервис и т.д.)



Проблема корректности модели неголономной связи

- Пределы применимости модели связи в механике (идеальные, односторонние,...)
- Отсутствие верчения на площадке контакта!
(В.Ф.Журавлев, Д.М.Климов)
- Методы сингулярно возмущенных уравнений (И.В. Новожилов)
- Методы аналитической механики весьма удобны для составления уравнений движений электромеханических систем с неголономными связями.



Уравнения Лагранжа с неопределенными множителями

s -мерный вектор обобщенных координат

$$\mathbf{q} = |q_1, q_2, \dots, q_s|^T$$

l неголономных связей (отсутствие скольжения колес,...)

Матрица $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{q})$ прямоугольная $(l \times s)$

$$\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{Q} + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (2)$$

Вектор неопределенных множителей $\boldsymbol{\lambda} = |\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l|^T$

$r = s - l$ степеней свободы, $s + l$ скалярных уравнений
для $s + l$ неизвестных q_j, λ_k .



Уравнения Воронца

$$\mathbf{q}_{s \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix}; \mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_r \end{bmatrix}; \mathbf{q}_2 = \begin{bmatrix} q_{r+1} \\ \vdots \\ q_s \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{q}}_2 = \mathbf{A}_{l \times r} \dot{\mathbf{q}}_1 \quad (3)$$

уравнения неголономных связей

$$\Theta = \Theta(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1) \equiv T(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_1, \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_1) \quad (4)$$

- приведенная кинетическая энергия

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\mathbf{q}}_1} \right)^T - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}_1} \right)^T = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}^T \left(\mathbf{Q}_2 + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}_2} \right)^T \right) + \left[\frac{d\mathbf{A}^T}{dt} - \left(\frac{\partial(\mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_1)}{\partial \mathbf{q}_1} \right)^T - \mathbf{A}^T \left(\frac{\partial(\mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_1)}{\partial \mathbf{q}_2} \right)^T \right] \mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{p}_2 = \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_2} \right)^T \quad (5)$$

- обобщенный импульс



Уравнения Чаплыгина

Кинетическая энергия и уравнения неголономных связей
не зависят от вектора обобщенных координат $\mathbf{q}_2$

$$\dot{\mathbf{q}}_2 = \mathbf{A}_{l \times r}(\mathbf{q}_1) \dot{\mathbf{q}}_1 \quad \text{уравнения неголономных связей}$$

$$\Theta = \Theta(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) \equiv T(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1, \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_1) \quad (6)$$

- приведенная кинетическая энергия

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\mathbf{q}}_1} \right)^T - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}_1} \right)^T = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_2 + \left[\frac{d\mathbf{A}^T}{dt} - \left(\frac{\partial(\mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_1)}{\partial \mathbf{q}_1} \right)^T \right] \mathbf{p}_2 \quad (7)$$

$$\mathbf{p}_2 = \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_2} \right)^T \quad \text{- обобщенный импульс}$$



Уравнения Маджи

Вектор обобщенных скоростей выражается через r независимых псевдоскоростей ($r=s-l$)

$$\dot{\mathbf{q}} = \underset{s \times r}{\mathbf{H}} \dot{\boldsymbol{\pi}} \quad (8)$$

$\mathbf{H}$ –прямоугольная матрица: $\mathbf{B} \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (9)$

$$\mathbf{H}^T \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} \right)^T - \mathbf{Q} \right) = \mathbf{0} \quad (10)$$

r – число степеней свободы неголономной электромеханической системы.



Уравнения Эйлера-Лагранжа в псевдоскоростях

Вектор обобщенных скоростей выражается через r независимых псевдоскоростей ($r=s-l$)

$$\dot{\mathbf{q}} = \underset{s \times r}{\mathbf{H}} \dot{\boldsymbol{\pi}} \quad (8)$$

$$\Theta = \Theta(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\pi}}) \equiv T(\mathbf{q}, \mathbf{H}\dot{\boldsymbol{\pi}}) \quad (11)$$

- приведенная кинетическая энергия

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} \right)^T - \mathbf{H}^T \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{H}^T \mathbf{Q} + \left(\frac{d\mathbf{H}^T}{dt} - \mathbf{H}^T \left(\frac{\partial (\mathbf{H}\dot{\boldsymbol{\pi}})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right) \mathbf{p} \quad (12)$$

$$\mathbf{p} = \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T \quad \text{- обобщенный импульс}$$



Уравнения Аппеля

Вектор обобщенных скоростей выражается через r независимых псевдоскоростей ($r=s-l$)

$$\dot{\mathbf{q}} = \underset{s \times r}{\mathbf{H}} \dot{\boldsymbol{\pi}} \quad (8)$$

$$S = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^n m_v w_v^2 \equiv \frac{1}{2} \sum_{v=1}^n m_v \mathbf{w}_v^T \mathbf{w}_v \quad (13)$$

- «энергия» ускорений или функция Аппеля $S = S(\mathbf{q}, \dot{\boldsymbol{\pi}}, \ddot{\boldsymbol{\pi}})$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \ddot{\boldsymbol{\pi}}} \right)^T = \mathbf{\Pi} \quad (14)$$

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{H}^T \mathbf{Q} \quad - \text{ обобщенная сила}$$



Общественный семинар по теоретической механике, МГТУ имени Н.Э. Баумана



Заключение

- ◆ Решение задач научно-технического прогресса требует использования самых последних достижений различных областей науки, среди которых одно из главных мест занимает механика.
- ◆ Внедрить эти достижения смогут только хорошо образованные специалисты, обладающие глубокими фундаментальными знаниями.
- ◆ Создание специализированных программ подготовки специалистов для решения инновационных задач