

Пример решения

Задача. Точка движется по закону

$$\begin{aligned}x &= 3e^{t/2} \sin(t), \\y &= 4t/(t^2 + 1).\end{aligned}$$

Для момента времени $t = 0$ найти скорость и ускорение точки. Координаты x и y даны в метрах, время t — в секундах.

Решение

Построим траекторию движения точки. В интервале $0 < t < 4$ траектория имеет вид ¹

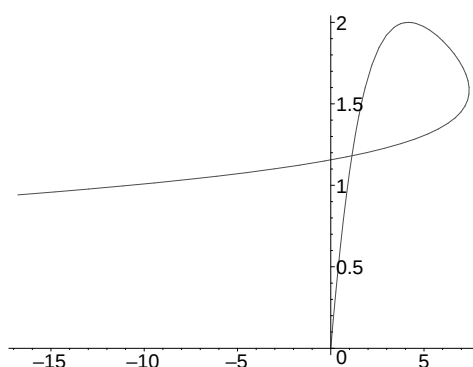


Рис. 1

При $t = 0$ точка находится в начале координат. Найдем компоненты скорости

$$\begin{aligned}v_x = \dot{x} &= 3e^{t/2}(\cos(t) + (1/2)\sin(t)), \\v_y = \dot{y} &= 4/(t^2 + 1) - 8t^2/(t^2 + 1)^2.\end{aligned}$$

При $t = 0$ получим $v_x = 3$ м/с, $v_y = 4$ м/с. Следовательно, модуль вектора скорости равен

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5 \text{ м/с}.$$

¹При построении траектории использован оператор `plot` системы Maple. Для параметрически заданных функций обращение к оператору имеет вид: `plot([x,y,t=0..4])`

Компоненты ускорения

$$a_x = \ddot{x} = 3e^{t/2}(\cos(t) - (3/4)\sin(t)),$$

$$a_y = \ddot{y} = 8t(t^2 - 3)/(t^2 + 1)^3.$$

При $t = 0$ получим $a_x = 3 \text{ м/с}^2$, $a_y = 0 \text{ м/с}^2$. Следовательно, модуль вектора ускорения равен

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 3 \text{ м/с}^2.$$