

К3. 7.

$$\rho = 2t, \quad \varphi = 6e^{3t}.$$

К3. 9.

$$\rho = 9/(3t + 1), \quad \varphi = 3t^3.$$

К3. 11.

$$\rho = 12t^2 + 1/\pi, \quad \varphi = (28/\pi) \cos(\pi t/2).$$

К3. 13.

$$\rho = \sqrt{6t + 1}, \quad \varphi = \cos(2\sqrt{3}t).$$

К3. 15.

$$\rho = 3te^{20t}, \quad \varphi = 21t.$$

К3. 17.

$$\rho = 5t^2 + 1, \quad \varphi = (1/\pi) \sin(\pi t).$$

К3. 19.

$$\rho = 24.5t^2 + 1, \quad \varphi = 7e^t.$$

К3. 21.

$$\rho = t^2/2 + 1, \quad \varphi = 7t.$$

К3. 23.

$$\rho = 3e^{10t}, \quad \varphi = 7t^3.$$

К3. 25.

$$\rho = 10/(9t + 1), \quad \varphi = 9t^3.$$

К3. 27.

$$\rho = e^{2t}, \quad \varphi = 1.5t^2.$$

К3. 29.

$$\rho = \sqrt{4t + 1}, \quad \varphi = \cos(\sqrt{3}t).$$

К3. 8.

$$\rho = 4 \ln(t + 1) + t, \quad \varphi = 9t^2.$$

К3. 10.

$$\rho = 1/(4t + 1), \quad \varphi = 30t^2.$$

К3. 12.

$$\rho = e^{4t}, \quad \varphi = 15t^2.$$

К3. 14.

$$\rho = (2t + 1)^2, \quad \varphi = \cos(\sqrt{6}t).$$

К3. 16.

$$\rho = 4 \ln(24t + 1), \quad \varphi = 9t.$$

К3. 18.

$$\rho = 2t, \quad \varphi = 10e^{3t}.$$

К3. 20.

$$\rho = 5t^3 + 9t, \quad \varphi = t.$$

К3. 22.

$$\rho = 6 \ln(4t + 1) + t, \quad \varphi = 3t^2.$$

К3. 24.

$$\rho = 1 + 7t \sin(t), \quad \varphi = 3t.$$

К3. 26.

$$\rho = 1/(4t + 1), \quad \varphi = 30t^2.$$

К3. 28.

$$\rho = 4.5t^2 + 1/\pi, \quad \varphi = (48/\pi) \cos(\pi t/2).$$

К3. 30.

$$\rho = (3t + 1)^2, \quad \varphi = \cos(2\sqrt{6}t).$$

Пример решения

Задача. Точка движется в полярных координатах по закону

$$\begin{aligned} \rho &= 4e^{2t}, \\ \varphi &= (3/2) \sin(t). \end{aligned}$$

Для момента времени $t = 0$ найти скорость и ускорение точки. Координата ρ дана в метрах, время t — в секундах.

Решение

Построим траекторию движения точки. В интервале $0 < t < 2$ траектория имеет вид ¹

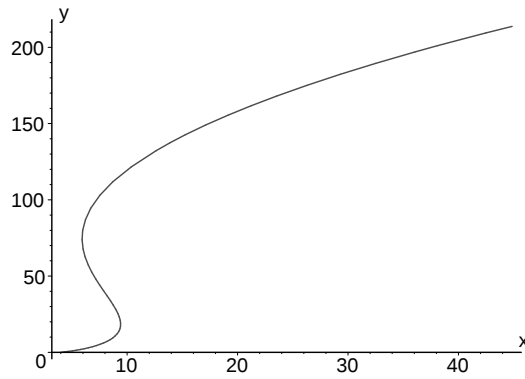


Рис. 98

При $t = 0$ точка находится в начале координат. Найдем радиальную компоненту скорости

$$v_\rho = \dot{\rho} = 8e^{2t}.$$

Трансверсальная компонента скорости

$$v_\varphi = \rho\dot{\varphi} = 6e^{2t} \cos(t).$$

При $t = 0$ получим $v_\rho = 8$ м/с, $v_\varphi = 6$ м/с. Следовательно, модуль вектора скорости равен

$$v = \sqrt{v_\rho^2 + v_\varphi^2} = 10 \text{ м/с}.$$

Соответствующие компоненты ускорения имеют вид

$$a_\rho = \ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2 = e^{2t}(16 - 9\cos^2(\varphi)),$$

$$a_\varphi = \rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi} = 6e^{2t}(4\cos(\varphi) - \sin(\varphi)).$$

¹При построении траектории использован оператор `polarplot` из пакета `plots` системы Maple. Обращение к нему имеет вид: `with(plots): polarplot([4*exp(2*t), 3/2*sin(t), t=0..2], thickness=2);` Опция `thickness` задает толщину линии.

При $t = 1$ получим $a_\rho = 7 \text{ м/с}^2$, $a_\varphi = 24 \text{ м/с}^2$. Следовательно, модуль вектора ускорения равен

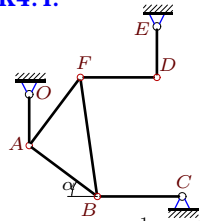
$$a = \sqrt{a_\rho^2 + a_\varphi^2} = 25 \text{ м/с}^2.$$

К4. Кинематический анализ механизма (5 звеньев)

В указанном положении механизма задана угловая скорость одного из его звеньев. Длины звеньев даны в сантиметрах. Стержни, направление которых не указано, считать вертикальными или горизонтальными. Найти угловые скорости звеньев механизма.

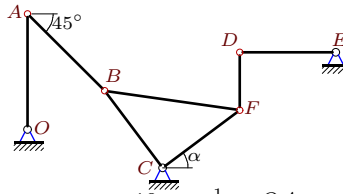
Условия задач

К4.1.



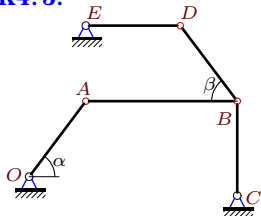
$\omega_{OA} = 15 \text{ с}^{-1}$, $OA = DE = 6$, $AB = AF = BC = 10$, $DF = 9$, $\cos \alpha = 0,8$, $AB \perp AF$.

К4.2.



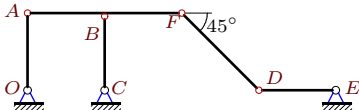
$\omega_{OA} = 10 \text{ с}^{-1}$, $OA = 6$, $DF = 3$, $DE = BC = CF = 5$, $AB = 4\sqrt{2}$, $\cos \alpha = 0,8$, $CB \perp CF$.

К4.3.



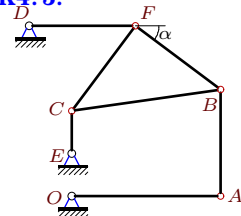
$OA = BC = DE = BD = 5$, $\omega_{OA} = 40 \text{ с}^{-1}$, $AB = 8$, $\cos \alpha = \cos \beta = 0,6$.

К4.4.



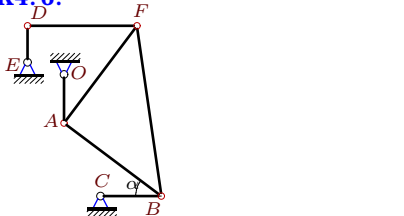
$\omega_{OA} = 1 \text{ с}^{-1}$, $OA = AB = BF = BC = DE = 1$, $DF = \sqrt{2}$.

К4.5.



$\omega_{OA} = 5 \text{ с}^{-1}$, $OA = 7$, $AB = BF = FC = DF = 5$, $CE = 2$, $\cos \alpha = 0,8$, $FB \perp CF$.

К4.6.



$\omega_{OA} = 45 \text{ с}^{-1}$, $OA = 4$, $AB = AF = 10$, $BC = 5$, $DF = 9$, $DE = 3$, $\cos \alpha = 0,8$, $AB \perp AF$.