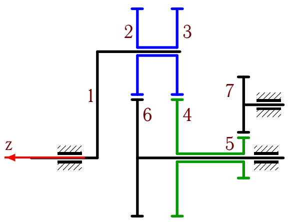
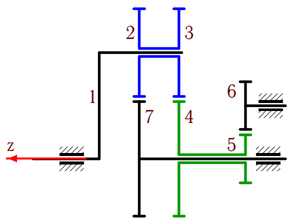
К10.25.



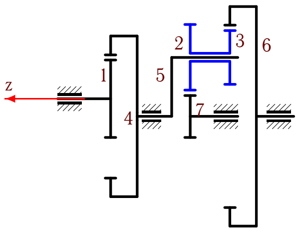
$r_1 = 14$, $r_2 = 6$, $r_3 = 6$, $r_4 = 8$, $r_5 = 3$, $r_6 = 8$, $r_7 = 4$, $\omega_{1z} = 6$, $\omega_{6z} = 12$.

К10.26.



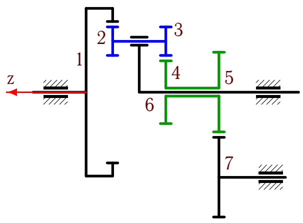
$r_1 = 16$, $r_2 = 7$, $r_3 = 7$, $r_4 = 9$, $r_5 = 4$, $r_6 = 4$, $r_7 = 9$, $\omega_{1z} = 1$, $\omega_{6z} = -8$.

К10.27.



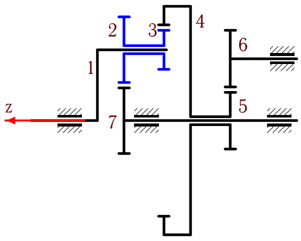
$r_1 = 7$, $r_2 = 6$, $r_3 = 5$, $r_4 = r_5 = 10$, $r_6 = 15$, $r_7 = 4$, $\omega_{1z} = 90$, $\omega_{6z} = 79$.

К10.28.



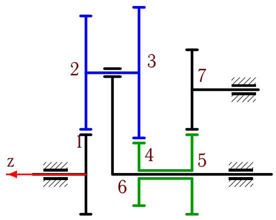
$r_1 = 8$, $r_2 = 2$, $r_3 = 2$, $r_4 = 4$, $r_5 = 5$, $r_6 = 6$, $r_7 = 5$, $\omega_{1z} = 2$, $\omega_{6z} = 1$.

К10.29.



$r_1 = 16$, $r_2 = r_7 = 8$, $r_3 = 5$, $r_4 = 21$, $r_5 = r_6 = 7$, $\omega_{1z} = 21$, $\omega_{6z} = -16$.

К10.30.



$r_1 = 5$, $r_2 = 7$, $r_3 = 8$, $r_4 = 4$, $r_5 = 5$, $r_6 = 12$, $r_7 = 5$, $\omega_{1z} = 1$, $\omega_{6z} = 15$.

Пример решения

Задача. Найти угловую скорость ведомого вала 6 планетарного редуктора (рис. 125). Даны угловые скорости ведущего вала 1 и колеса 3: $\omega_{1z} = 10$ с$^{-1}$, $\omega_{3z} = -10$ с$^{-1}$ и радиусы всех колес: $r_1 = 7$ см, $r_2 =$ $= 2$ см, $r_3 = 3$ см, $r_4 = 5$ см, $r_5 = 6$ см, $r_6 = 4$ см.

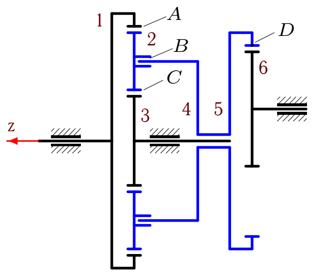


Рис. 125

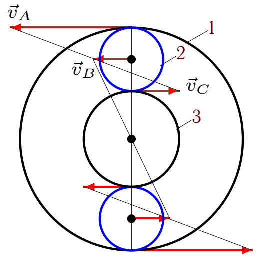


Рис. 126

Решение

Способ 1. Решим задачу с помощью метода мгновенных скоростей. Вычислим скорость внутренней точки A обода колеса 1, совершающего вращательное движение,

$$v_A = \omega_1 r_1 = 70 \text{ см/с}.$$

Скорость точки C внешнем ободе колеса 3 равна

$$v_{\mathrm{C}} = \omega_3 r_3 = 30 \text{ см/с}.$$

Отметим, что в этом способе используются модули скоростей и угловых скоростей. Данные о направлениях вращений тел, которые даны в условии, учитываются геометрически, указанием соответствующих направлений векторов. Так, на рисунке 126 вектор $\vec v_A$ направляем налево (так как $\omega_{1z} > 0$, вращение против часовой стрелки, если смотреть с конца оси z), а вектор $\vec v_C$ — направо, так как $\omega_{3z} < 0$. Колесо 2 (сателлит) совершает плоское движение. В силу линейного распределения скоростей в теле имеем

$$v_B = (v_A - v_C)/2 = 20 \text{ см/с}.$$

Здесь скорость точки B получила такое простое выражение только потому, что B лежит посередине между A и C. В общем случае, когда точки A, B и C расположены более общим образом, надо сначала определить угловую скорость тела

$$\omega_2 = (v_A + v_C)/(2r_2) = 100/4 = 24 \text{ с}^{-1}.$$

Затем вычисляем искомую скорость

$$v_B = v_A - \omega_2 r_2 = 70 - 25 \cdot 2 = 20 \text{ см/с},$$

или, что то же,

$$v_B = |v_{\mathrm{C}} - \omega_2 r_2| = |30 - 25 \cdot 2| = 20 \text{ см/с}.$$

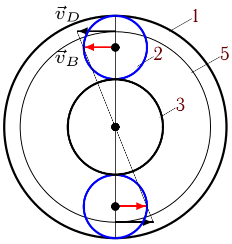


Рис. 127

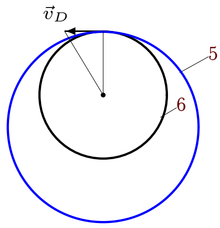


Рис. 128

Так как точка B принадлежит водилу 4 с радиусом r_4, то его угловую скорость, а также и одновременно скорость колеса 5, жестко с ним связанного, найдем по формуле

$$\omega_4 = \omega_5 = v_B/r_4 = 20/5 = 4 \text{ с}^{-1}.$$

Отсюда находим скорость точки D, лежащей на внутреннем ободе колеса 5, находящегося в зацеплении с ведомым валом 6 (рис. 127, 128):

$$v_D = \omega_4 r_5 = 24 \text{ см/с}.$$

В итоге, получаем угловую скорость

$$\omega_6 = v_D/r_6 = 24/4 = 6 \text{ с}^{-1}.$$

Способ 2 (Виллиса). Для решения задачи по этому способу необходимо ввести подвижную систему координат, связанную с водилом 4. В этой системе координат оси колес 1 и 2 неподвижны, а их угловые скорости (относительные) равны соответственно $\omega_{1z} - \omega_{4z}$ и $\omega_{2z} - \omega_{4z}$. При внутреннем зацеплении имеем формулу

$$(\omega_{2z} - \omega_{4z})r_2 = (\omega_{1z} - \omega_{4z})r_1. \tag{2.33}$$

При внешнем зацеплении:

$$(\omega_{2z} - \omega_{4z})r_2 = -(\omega_{3z} - \omega_{4z})r_3. \tag{2.34}$$

Система (125 – 126) при заданных в условии величинах имеет решение

$$\omega_{4z} = 4 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{2z} = 25 \text{ с}^{-1}.$$

Далее, как и раньше [1], определяем скорость точки D $v_{Dx} = -\omega_{4z} r_5 = -24$ см/с и по аналогичной формуле угловую скорость ведомого вала $\omega_{6z} = -v_{Dx}/r_6 = 24/4 = 6 \text{ с}^{-1}$.

Совершенно очевидно, что второй способ более привлекательный. Во-первых, здесь можно получить не только модули угловых скоростей,

[1] Напомним, для вращательного движения $v_x = -\omega_z R$, $v_y = \omega_z R$.

но и их проекции на ось Z [1]. Кроме того, для решения не требуются рисунки с изображениями векторов скоростей, вычислениями расстояний до МЦС и т. п.

К11. Кинематика точки на плоскости

Точка движется по закону $x = x(t), y = y(t)$. Для момента времени $t = 0$ найти скорость и ускорение точки. Координаты x и y даны в метрах, время t — в секундах.

К11. 1.
$$x = 3te^{t/2},$$
$$y = 4t/(t^2+1)\cos(t).$$

К11. 2.
$$x = 6t\cos(t),$$
$$y = 8te^{t/2}.$$

К11. 3.
$$x = 12t\,\mathrm{ch}(t),$$
$$y = 5t\cos(t).$$

К11. 4.
$$x = 18\sqrt{t+1}\cos(t/2),$$
$$y = 12t\,\mathrm{ch}(t).$$

К11. 5.
$$x = 15t/(t^2+1)\cos(t),$$
$$y = 16\sqrt{t+1}\cos(t/2).$$

К11. 6.
$$x = 12\cos(t)/(t^2-1),$$
$$y = 16t/(t^2+1)\cos(t).$$

К11. 7.
$$x = 21\sin(t)/(t^2-1),$$
$$y = 20\cos(t)/(t^2-1).$$

К11. 8.
$$x = 24\sin(t)\sqrt{t+1},$$
$$y = 7\sin(t)/(t^2-1).$$

К11. 9.
$$x = 24\,\mathrm{sh}(t)\sqrt{t+1},$$
$$y = 10\sin(t)\sqrt{t+1}.$$

К11. 10.
$$x = 18t(1+t/2),$$
$$y = 24\,\mathrm{sh}(t)\sqrt{t+1}.$$

К11. 11.
$$x = 3\ln(1+t),$$
$$y = 4t(1+t/2).$$

К11. 12.
$$x = 6t\ln(1+t),$$
$$y = 9\ln(1+t).$$

К11. 13.
$$x = 8t/\cos(t),$$
$$y = 7.5t\ln(1+t).$$

К11. 14.
$$x = 16\,\mathrm{tg}\,t,$$
$$y = 12t/\cos(t).$$

[1] Иногда такие значения называют алгебраическими значениями угловых скоростей.